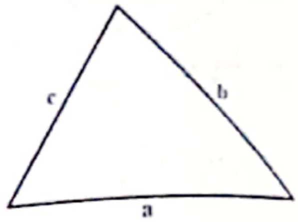
۱۰-۳۳- محاسبه مساحت

(۴۲۵)

۱۰-۳۳-۱- تعیین مساحت به روش فرمول‌های اولیه

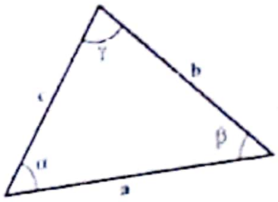
> تعیین مساحت مثلث



شکل ۱۰-۳۹

$$p=\frac{a+b+c}{2}$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

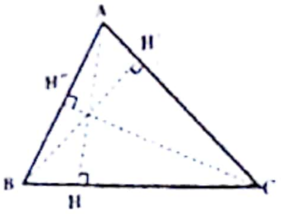


شکل ۱۰-۴۰

$$S=\frac{1}{2}ac\sin\alpha$$

$$S=\frac{1}{2}ab\sin\beta$$

$$S=\frac{1}{2}bc\sin\gamma$$



شکل ۱۰-۴۱

$$S=BC\times\frac{AH}{2}$$

$$S=AC\times\frac{BH'}{2}$$

$$S=AB\times\frac{CH''}{2}$$

مثال۱۷: مطلوب است محاسبه مساحت مثلثی به اضلاع 50 و 60 و 70 متر؟

$$p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{50+60+70}{2}=90$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

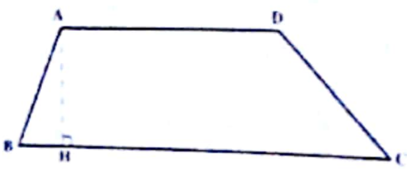
$$\Rightarrow S=\sqrt{90(90-50)(90-60)(90-70)}\Rightarrow S=600\sqrt{6}\quad \mathrm{m}^2$$

> تعیین مساحت متوازی الاضلاع

شکل ۱۰-۴۲

$$S=CD\times BH=CD\times BC\times\sin\alpha$$

> تعیین مساحت ذوزنقه



شکل ۱۰-۴۳

$$S=AH\times\left(\frac{AD+BC}{2}\right)$$

> محاسبه مساحت چهار ضلعی غیر مشخص

در صورتی‌که دو قطر (AC,BD) و زاویه بین آنها (α) در چهار ضلعی غیر مشخص معلوم باشد در این صورت مساحت چهار ضلعی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S=\left(\frac{AC+BD}{2}\right)\sin\alpha$$

* تعیین مساحت دایره و قطاع دایره و مساحت قطعه

شکل ۱۰-۲۴

$S = \pi \times r^2 \times \frac{\alpha}{360}$

$S = \frac{r^2 \times \alpha^{rad}}{2}$

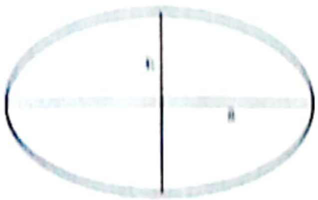
شکل ۱۰-۲۵

$S = r^2 \left(\frac{\pi \times \alpha}{360} - \frac{\sin\alpha}{2} \right)$

شکل ۱۰-۲۳

$S = \pi \times r^2$

* تعیین مساحت بیضی (a نصف قطر بزرگ و b نصف قطر کوچک)



شکل ۱۰-۲۷

$S = \pi \times a \times b$

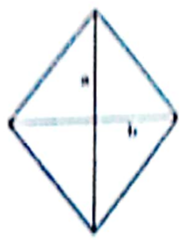
* تعیین مساحت مربع، مستطیل و لوزی

شکل ۱۰-۴۸

$S = a^2$

شکل ۱۰-۴۹

$S = a \times b$

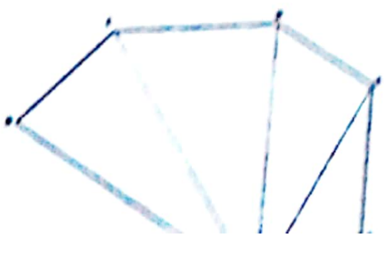


شکل ۱۰-۵۰

$S = \frac{a \times b}{2}$

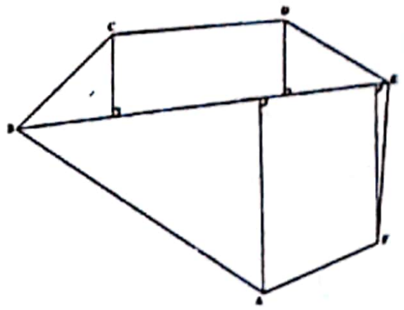
۱۰-۳۳-۲- تعیین مساحت به روش تجزیه به اشکال هندسی ساده نظیر مثلث

با فرض این که اضلاع یک قطعه زمین از خطوط مستقیم تشکیل شده باشند می‌توان مساحت این گونه زمین‌ها را به اشکال هندسی منتظم از جمله مثلث تقسیم کرده سپس مساحت هر یک از این قطعات را تعیین و با هم جمع کرد تا به مساحت قطعه زمین مذکور رسید.



۱۰-۳۳-۳- تعیین مساحت به روش خط هادی (۴۲۷)

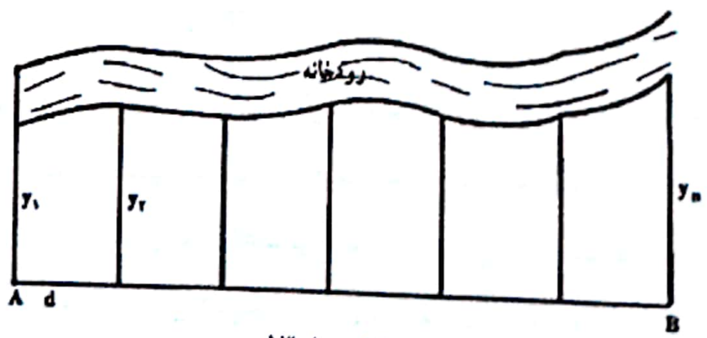
هرگاه زمین مورد نظر را طبق شکل ذیل با خط هادی برداشت نماییم، از ترسیم خطوط عمود بر خط هادی به قطعات هندسی قابل محاسبه‌ای مانند مثلث و ذوزنقه خواهیم رسید که در نهایت مساحت هر یک از قطعات را تعیین و با هم جمع خواهیم کرد تا به مساحت قطعه زمین مذکور رسید.



شکل ۱۰-۵۲

۱۰-۳۳-۴- تعیین مساحت به روش ذوزنقه‌های هم‌ارتفاع

اگر $y_1, y_2, \ldots, y_n$ طول عمودهای اخراجی مورد نظر باشند و d فاصله بین این عمودهای اخراجی باشد. طبق شکل زیر می توان نوشت:



شکل ۱۰-۵۳

$$s_1 = d \times (\frac{y_1 + y_2}{2})$$

$$s_2 = d \times (\frac{y_2 + y_3}{2})$$

$$s_3 = d \times (\frac{y_3 + y_4}{2})$$

$$\vdots$$

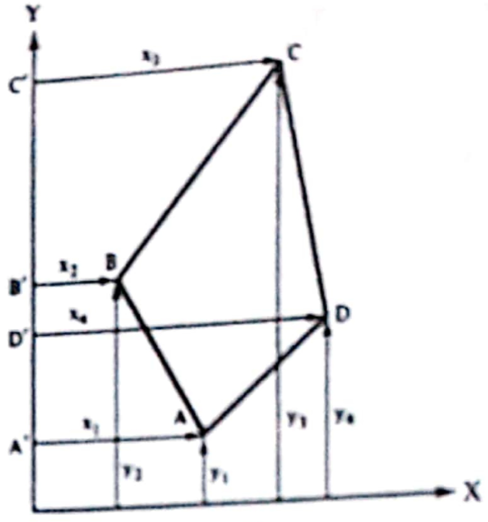
$$S = d \times (\frac{y_1}{2} + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2})$$

برای رسیدن به دقت بیشتر می‌توان از فرمول سیمپسون استفاده کرد. اساس این فرمول این است که از هر سه نقطه متوالی یک سهمی عبور داده می‌شود. مساحت قطعه سهمی شکل برابر است با $\frac{2}{3}$ مساحت متوازی الاضلاع محیطی آن(مطابق شکل ۱۰-۵۴). [34]

$$S_{CIDHC} = \frac{2}{3} \times S_{CDEF} = \frac{2}{3} \times (HI \times AB) = \frac{2}{3} \times (o_2 - \frac{o_1 + o_3}{2}) \times (2d)$$

۱۰-۳۳-۵- تعیین مساحت با استفاده از مختصات رئوس (روش گوس)

این روش برای تعیین مساحت قطعه زمینهای مناسب است که مختصات رئوس آنها در دسترس باشد. طبق شکل ۱۰-۵۵ می توان نوشت:[28]



شکل ۱۰-۵۵

$$S_{ABCD} = S_{C'CDD'} + S_{D'DAA'} - S_{C'CBB'} - S_{B'BAA'}$$

$$S_{ABCD} = (\frac{1}{2})(x_3 + x_4)(y_3 - y_4) + (\frac{1}{2})(x_4 + x_1)(y_4 - y_1)$$
$$-(\frac{1}{2})(x_3 + x_2)(y_3 - y_2) - (\frac{1}{2})(x_2 + x_1)(y_2 - y_1)$$

بعد از مرتب کردن جمله بالا می توان نوشت:

$$2S_{ABCD} = (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4)$$

با توجه به اینکه مساحت همیشه مقدار مثبت دارد می توان نوشت:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\left|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4)\right|$$

به عنوان مثال مساحت مثلث با استفاده از رئوس آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

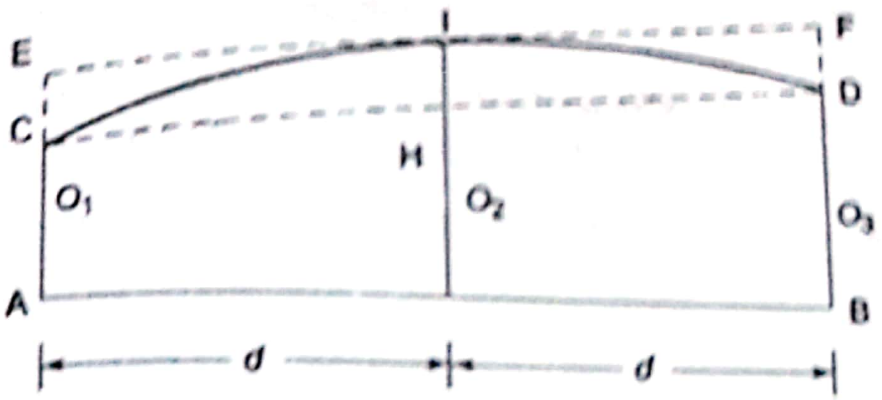
$$S = \frac{1}{2}\left|\frac{x_A}{y_A}\frac{x_B}{y_B}\frac{x_C}{y_C}\frac{x_A}{y_A}\right|$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\left|(x_Ay_B + x_By_C + x_Cy_A) - (x_By_A + x_Cy_B + x_Ay_C)\right|$$

به صورت خلاصه تعیین مساحت هر پلیگون بسته به روش گوس، از رابطه زیر تعیین می شود:

$$S = \frac{1}{2}\sum x_i(y_{i-1} - y_{i+1})$$

$$S = \frac{1}{2}\sum y_i(x_{i-1} - x_{i+1})$$



شکل ۱۰-۵۴

لذا برای شکل ۱۰-۵۳ روش سیمپسون را به صورت زیر می توان نوشت:

$$S = 2d\left(\frac{y_1 + y_3}{2}\right) + \frac{2}{3}(2d)\left(y_2 - \frac{y_1 + y_3}{2}\right) + 2d\left(\frac{y_3 + y_5}{2}\right) + \frac{2}{3}(2d)\left(y_4 - \frac{y_3 + y_5}{2}\right) + \dots$$

با مرتب کردن جملات بالا می توان نوشت:

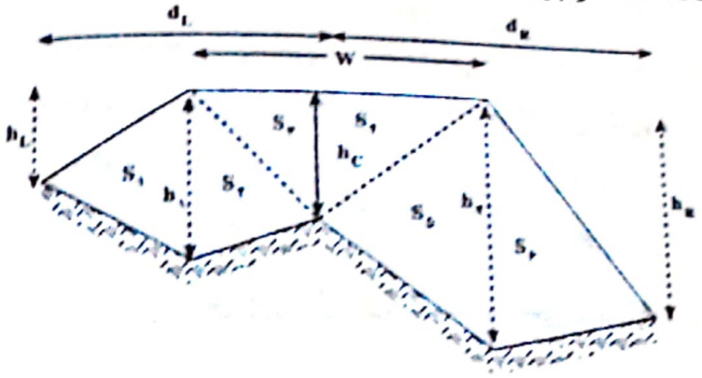
$$S = \frac{d}{3} \times (y_1 + 4 \times (y_2 + y_4 + \dots + y_{n-1}) + 2 \times (y_3 + y_5 + \dots + y_{n-2}) + y_n)$$

و یا به صورت کلی می توان نوشت:

$$S = \frac{d}{3} \times (y_1 + 4\sum y_i + 2\sum y_j + y_n)$$

که در آن $\sum y_i$ مجموع y های زوج و $\sum y_j$ مجموع y های فرد به غیر از y_1 و y_n و d فاصله تقسیمات است. لازم به ذکر می باشد تعداد تقسیمات در این روش زوج انتخاب شود اگر تعداد تقسیمات فرد انتخاب شده باشد در این صورت به عنوان مثال قسمت آخر را کنار گذاشته و برای بقیه تقسیمات از فرمول سیمپسون استفاده نموده و سپس برای قسمت باقیمانده از روش ذوزنقه های هم ارتفاع استفاده کرده و در نهایت این دو مساحت را با هم جمع می نماییم.[28]

➢ پنج نقطه برداشت شده در پروفیل عرضی غیر هم‌سطح باشند.



شکل ۱۰-۵۹

$$S_1+S_2=\frac{h_1}{2}\times d_L$$

$$S_3+S_4=\frac{h_C}{2}\times W$$

$$S_5+S_6=\frac{h_2}{2}\times d_R$$

$$S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6=\frac{h_1}{2}\times d_L+\frac{h_C}{2}\times W+\frac{h_2}{2}\times d_R$$

$$S=\frac{1}{2}(h_1.d_L+h_C.W+h_2.d_R)$$

و یا به صورت زیر نیز می توان مقدار مساحت پرفیل عرضی بالا را بدست آورد.

$$s_1=\frac{1}{2}h_1(d_L-\frac{w}{2})$$

$$s_2+s_3=\frac{1}{2}(h_1+h_C)\frac{w}{2}$$

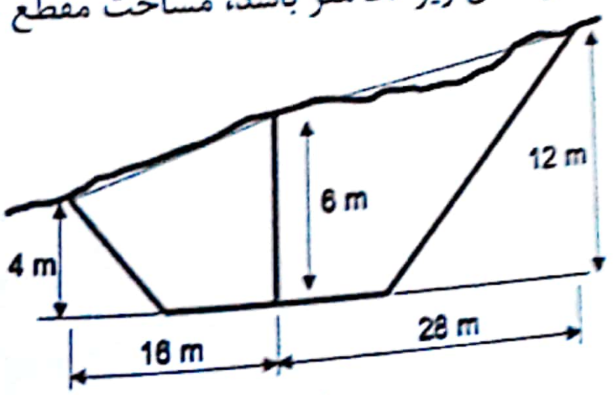
$$s_4+s_5=\frac{1}{2}(h_2+h_C)\frac{w}{2}$$

$$s_6=\frac{1}{2}h_2(d_R-\frac{w}{2})$$

$$S=\sum s_i=\frac{1}{2}(h_1\times d_L+h_C\times w+h_2\times d_R)$$

لازم به ذکر می باشد که برای تعیین مساحت مقاطع عرضی بهتر است از روش گوس استفاده شود.

مثال۱۹: اگر عرض آسفالت در شکل زیر 20 متر باشد، مساحت مقطع عرضی را بدست آورید؟



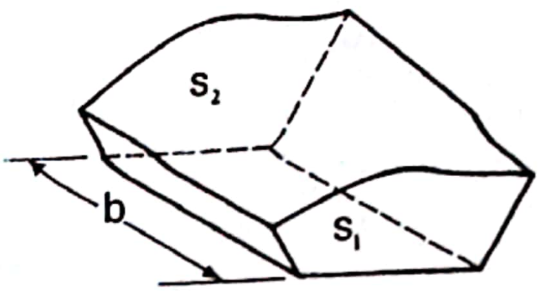
$$S=\left(\frac{6+4}{2}\times16-\frac{4\times6}{2}\right)+\left(\frac{6+12}{2}\times28-\frac{18\times12}{2}\right)=212m^2$$

۱۰-۳۴- اندازه‌گیری حجم عملیات خاکی

۱۰-۳۴-۱- روش متوسط گیری

این فرمول به نام Trapezoidal مشهور بوده و در این روش حجم برابر است با متوسط مساحت دو مقطع متوالی ضربدر فاصله بین همان دو مقطع.

$$V = b\times(\frac{s_1+s_2}{2})$$



شکل ۱۰-۶۰

حال برای n مقطع حجم به صورت زیر بدست می آید در صورتیکه $s_1, s_2, \ldots s_n$ مساحت سطوح مورد نظر و b فاصله بین این مقاطع باشند در اینصورت داریم:

$$V = b\times(\frac{s_1+s_n}{2}+s_2+s_3+\ldots+s_{n-1})$$

۱۰-۳۴-۲- روش منشوری

اگر L طول منشور، s_1 و s_3 مساحت دو قسمت $A_1B_1C_1D_1A_1$ و $A_2B_2C_2D_2A_2$ و s_2 مساحت قسمت میانی $EFGHE$ و h فاصله عمود از خط EF تا نقطه O باشد.[34]

$$v_{OA_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{3}\times\frac{L}{2}\times s_1 = \frac{L\times s_1}{6}$$

$$v_{OA_2B_2C_2D_2} = \frac{1}{3}\times\frac{L}{2}\times s_3 = \frac{L\times s_3}{6}$$

$$v_{OA_1B_1A_2B_2} = \frac{1}{3}\times h\times(L\times EF) = \frac{1}{3}\times L\times(h\times EF) = \frac{1}{3}\times L\times(2\times s_{EFO}) = \frac{2}{3}\times L\times(s_{EFO})$$

به طور مشابه می توان نوشت:

$$v_{OC_1D_1C_2D_2} = \frac{2}{3}\times L\times(s_{GHO})$$

$$v_{OA_1D_1A_2D_2} = \frac{2}{3}\times L\times(s_{EHO})$$

$$v_{OB_1C_1B_2C_2} = \frac{2}{3}\times L\times(s_{FGO})$$

حجم کلی منشور شکل ۱۰-۶۱ برابر است با:

$$V = \frac{L \times s_1}{6} + \frac{L \times s_3}{6} + \frac{2}{3} \times L \times (s_{EFO}) + \frac{2}{3} \times L \times (s_{GHO}) + \frac{2}{3} \times L \times (s_{EHO}) + \frac{2}{3} \times L \times (s_{FGO})$$

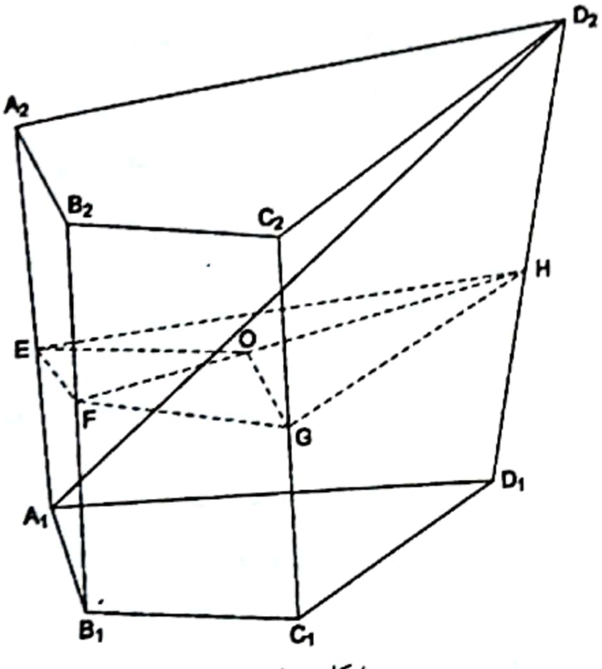
$$V = \frac{L \times s_1}{6} + \frac{L \times s_3}{6} + \frac{2}{3} \times L \times (s_{EFGH})$$

$$V = \frac{L \times s_1}{6} + \frac{L \times s_3}{6} + \frac{2}{3} \times L \times (s_2)$$

$$V = \frac{L}{6}(s_1 + 4s_2 + s_3)$$

اگر فاصله مقاطع را مساوی و برابر b در نظر بگیریم رابطه بالا به صورت زیر در می آید:

$$V = \frac{b}{3}(s_1 + 4s_2 + s_3)$$



شکل ۱۰-۶۱

حال برای n مقطع می توان نوشت:

$$V_1 = \frac{b}{3}(s_1 + 4s_2 + s_3)$$

$$V_2 = \frac{b}{3}(s_3 + 4s_4 + s_5)$$

$$\vdots$$

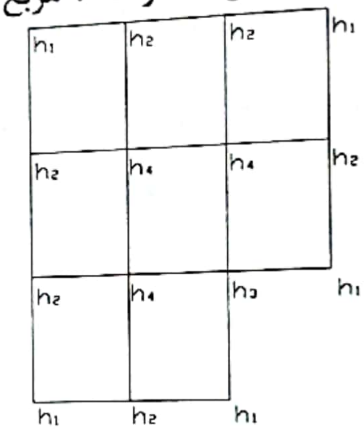
$$V = \sum v_i = \frac{b}{3} \times (s_1 + 4 \times (s_2 + s_4 + \ldots + s_{n-1}) + 2 \times (s_3 + s_5 + \ldots + s_{n-2}) + s_n)$$

۱۰-۳۴-۳- روش استفاده از شبکه قائم الزایه (مربع یا مستطیل) نقاط ارتفاعی

اگر منطقه مورد نظر را به صورت اشکال هندسی (مربعی یا مستطیلی) یکسان تقسیم بندی کنیم (به طوریکه مساحت هر قطعه با هم مساوی باشند) و h_1, h_2, h_3, h_4 به ترتیب ارتفاع رئوسی باشند که فصل مشترک یک، دو، سه، چهار شکل باشند و s مساحت مشترک هر کدام از قطعات باشند. در اینصورت برای شکل ۱۰-۶۲ می توان نوشت:

$$V = \frac{s}{4}(\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4)$$

در رابطه بالا h_i ارتفاع رئوسی است که فصل مشترک i مربع یا مستطیل می باشد.

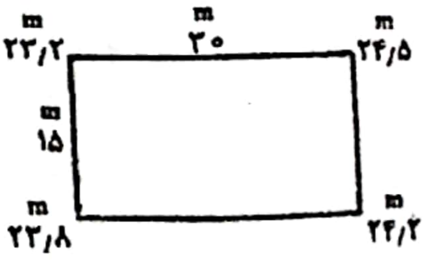


شکل ۱۰-۶۲

مثال۲۰: ارتفاع گوشه های یک قطعه زمین به ابعاد $15m \times 30m$ بدست آمده، برای تسطیح این سطح در ارتفاع 25 متر حجم عملیات خاکبرداری یا خاکریزی چند متر مکعب است؟

$$V = \frac{s}{4}(\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4)$$

$$V = \frac{s}{4}\sum h_1 = \frac{15\times30}{4}(0.5+1.8+0.8+1.2) = 483.75m^3$$

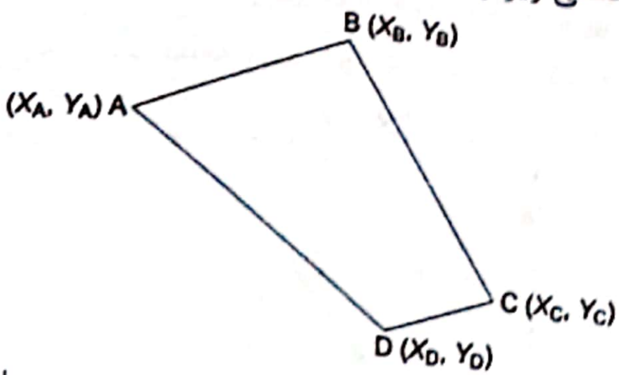


۱۰-۳۴-۴- روش استفاده از شبکه مثلثی نقاط ارتفاعی

برای شکل ۱۰-۶۳ میزان حجم عملیات خاکی از رابطه زیر بدست می آید:

$$V = \frac{s}{3}(\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4 + 5\sum h_5 + 6\sum h_6 + 7\sum h_7 + 8\sum h_8)$$

مثال۱۸: مساحت چهار ضلعی زیر را با معلوم بودن مختصات رئوس آن بدست آورید؟



$$S = \frac{1}{2}\left|\frac{x_A}{y_A}\,\frac{x_B}{y_B}\,\frac{x_C}{y_C}\,\frac{x_D}{y_D}\,\frac{x_A}{y_A}\right|$$

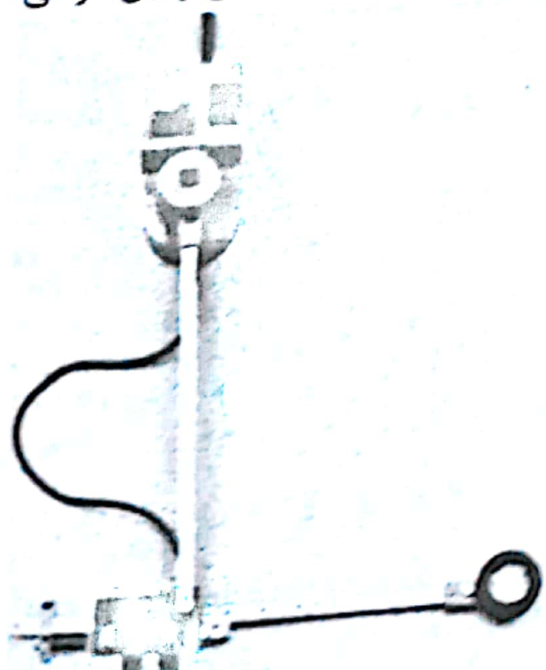
$$S = \frac{1}{2}\left|(x_A y_B + x_B y_C + x_C y_D + x_D y_A) - (x_B y_A + x_C y_B + x_D y_C + x_A y_D)\right|$$

۱۰-۳۳-۶- تعیین مساحت با استفاده از پلانی‌متر

برای تعیین مساحت یک شکل بسته که قابل تجزیه به اشکال هندسی نیست، از وسیله ای به نام پلانی متر استفاده می شود. پلانی‌متر دارای دو بازو و یک قسمت اندازه‌گیر است. قسمت اندازه‌گیر آن می‌تواند دایره‌ای مدرج یا یک عقربه یا قطعه‌ای شماره‌انداز مانند کنتور باشد. پس از حرکت نقطه ردیاب روی محیط نقشه (قرائت a) و رسیدن مجدد به نقطه اولیه، عدد دیگری را قرائت (b) می‌کنیم. حال می‌توان مساحت واقعی زمین مورد نظر را بدست آورد. α ضریب ثابت پلاتیمتری است و از جدول مخصوصی که در جعبه پلانی متر موجود می باشد و بستگی به مقیاس نقشه دارد، بدست می آید.[28]

$$S_{\text{ت}} = (b-a)\alpha$$

اعمال مقیاس نقشه برای بدست آوردن مساحت واقعی زمین الزامی است.



(۴۶۱)

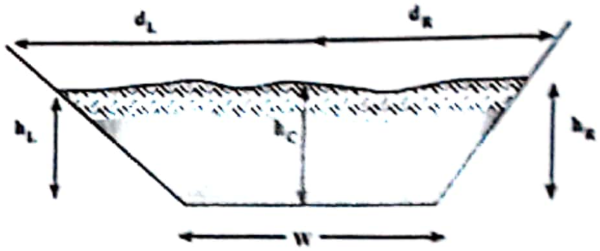
۱۰-۳۳-۷- تعیین مساحت به روش تقریبی

هرگاه در تعیین مساحت قطعه زمینی که نقشه آن در دسترس بوده اضلاع آن به صورت منحنی باشد و نیاز به دقت زیادی نباشد از این روش استفاده می کنیم. در این روش نقشه را روی یک برگ کاغذ میلی‌متری منطبق کرده و سپس اقدام به شمارش مربع‌های کامل و ناقص کرده و با اعمال مقیاس نقشه مساحت واقعی قطعه زمین را مشخص می‌کنیم.

۱۰-۳۳-۸- تعیین مساحت به روش پروفیل‌های عرضی (روش تجزیه به مثلث و ذوزنقه)

➤ سه نقطه برداشت شده در پروفیل عرضی تقریبا هم ارتفاع باشند.[10]

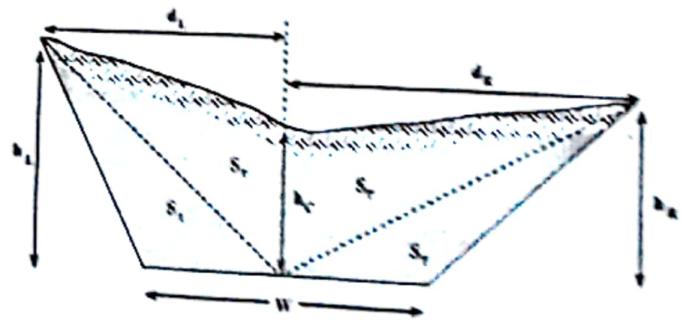
مساحت پروفیل عرضی مانند محاسبه مساحت یک ذوزنقه می‌باشد.



شکل ۱۰-۵۷

با فرض $h_L = h_C = h_R$ $\quad s = \left(\frac{d_L + d_R + W}{2}\right) \times h_L \Rightarrow$

➤ سه نقطه برداشت شده در پروفیل عرضی غیر هم‌سطح باشند.



شکل ۱۰-۵۸

$$S_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{2} \times h_L\right) = \frac{W}{4} \times h_L$$

$$S_2 = \frac{h_C \times d_L}{2}$$

$$S_3 = \frac{h_C \times d_R}{2}$$

$$S_4 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{2} \times h_R\right) = \frac{W}{4} \times h_R$$

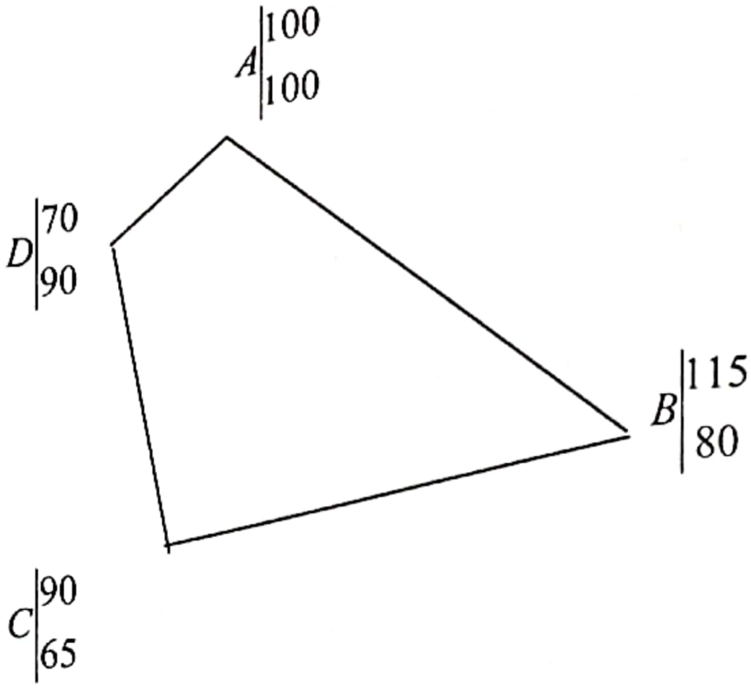
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{W}{4} \times h_L + \frac{h_C \times d_L}{2} + \frac{h_C \times d_R}{2} + \frac{W}{4} \times h_R$$

$$S = \frac{W}{4}(h_L + h_R) + \frac{h_C}{2}(d_L + d_R)$$

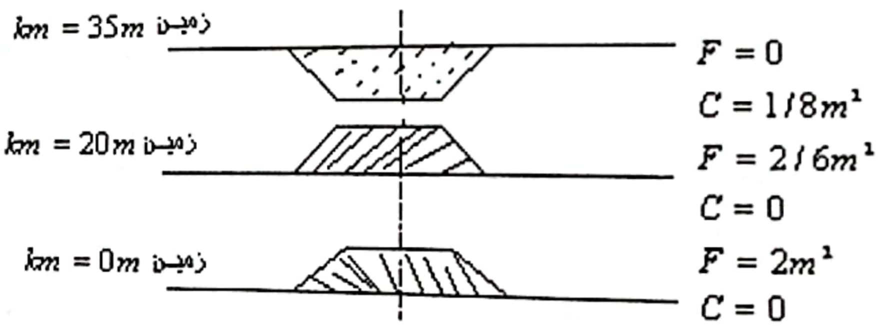
۱۰-۳۵- سوالات بخش ششم مسیر (محاسبه مساحت و حجم)

(۴۳۹)

سوال ۱: مساحت شکل زیر را به دست آورید؟



سوال ۲: با توجه به شکل مقدار حجم عملیات خاکی $(V_F - V_C)$ برحسب متر مکعب چقدر می باشد؟



سوال ۳: در یک عملیات زیر زمینی هدف تعیین حجم توده احاطه شده در یک معدن است. اگر مساحت ها توسط خطوط تراز در این منطقه محاسبه شده باشند و جدولی مطابق زیر به دست آمده باشد، حجم معدن بین خطوط تراز 150 و 162 برحسب متر مکعب چقدر می باشد؟

مساحت (متر مربع)	خط تراز
2154	150
2100	152
1610	154
920	156
800	158
610	160
200	162

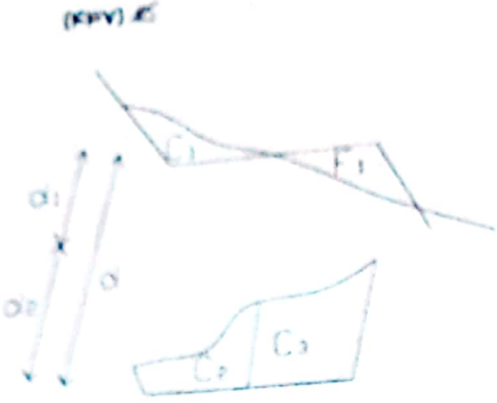
$$\begin{cases} \dfrac{2.8}{3}=\dfrac{d_1}{d_2}, \quad d_1+d_2=30 \Rightarrow \begin{cases} d_2=15.517\ \text{m} \\ d_1=14.483\ \text{m} \end{cases} \\ V_{F2}=\dfrac{0+3}{2}\times 15.517=23.276\ \text{m}^3 \\ V_{C2}=\dfrac{0+2.8}{2}\times 14.483=20.276\ \text{m}^3 \end{cases}$$

$$V_C=V_{C1}+V_{C2} \Rightarrow V_C=33.609m^3$$

$$V_F=V_{F1}+V_{F2} \Rightarrow V_F=44.110m^3$$

حجم عملیات خاکی (V_C-V_F) برابر است با:

$$V_C-V_F=-10.501\ \ \text{m}^3$$



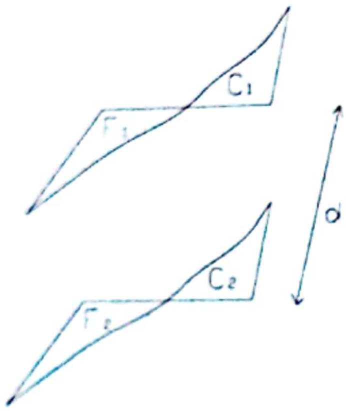
شکل ۱۰-۶۶

$$V_{C1}=\frac{S_{C1}+S_{C2}}{2}\times d$$

$$\begin{cases} d=d_1+d_2 \\ \dfrac{S_{F1}}{S_{C3}}=\dfrac{d_1}{d_2} \end{cases} \Rightarrow d_1,d_2 \Rightarrow \begin{cases} V_{C2}=\dfrac{S_{C3}+0}{2}\times d_2 \\ V_{F1}=\dfrac{0+S_{F1}}{2}\times d_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_C=V_{C_1}+V_{C2} \\ V_F=V_{F1} \end{cases}$$

➢ مقاطع مرکب در مقابل هم

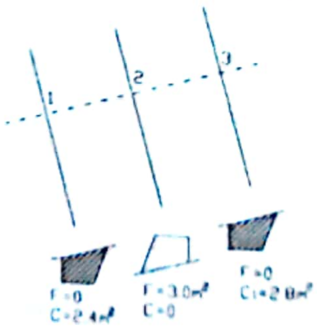


شکل ۱۰-۶۷

$$V_F=\frac{S_{F_1}+S_{F_2}}{2}\times d$$

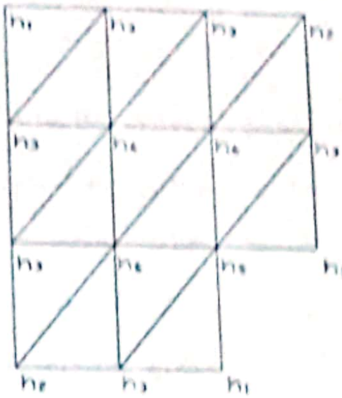
$$V_C=\frac{S_{C_1}+S_{C_2}}{2}\times d$$

مثال۲۱: با توجه بـه شـکل زیـر و کیلومتراژهـای داده شـده مقـدار V_C-V_F (تفـاوت حجـم خاکبرداری و خاکریزی) چند متر مکعب می باشد؟



Km 1 = 0 + 725.30
Km 2 = 0 + 750.30
Km 3 = 0 + 780.30

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2.4}=\dfrac{d_1}{d_2},\quad d_1+d_2=25 \Rightarrow \begin{cases} d_2=11.111\,m \\ d_1=13.889\,m \end{cases} \\ V_{F1}=\dfrac{0+3}{2}\times 13.889=20.834\ m^3 \\ V_{C1}=\dfrac{0+2.4}{2}\times 11.111=13.333\ m^3 \end{cases}$$



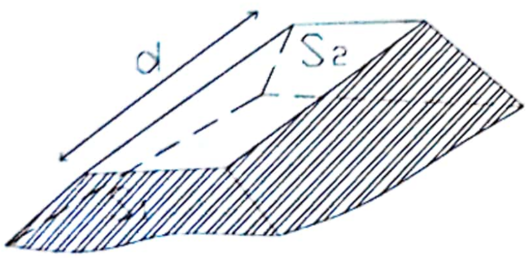
شکل ۱۰-۶۳

در رابطه بالا h_i ارتفاع رئوسی است که فصل مشترک i مثلث می باشد.

۱۰-۳۴-۵- محاسبه حجم عملیات خاکی در راهسازی

منظور از حجم عملیات خاکی تعیین میزان خاکبرداری و یا خاکریزی در یک پروژه ساختمانی یا راهسازی می‌باشد. در اشکال زیر F، به مفهوم خاکریزی[۶] و C، به مفهوم خاکبرداری[۷] می باشد.[33]

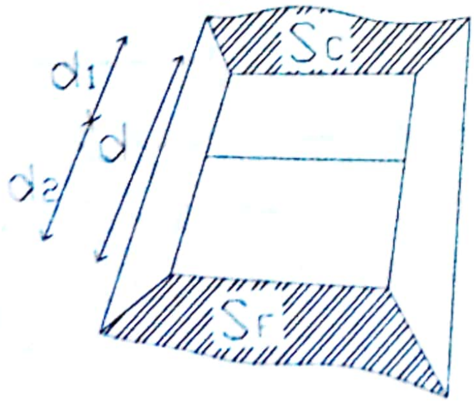
- خاکبرداری در مقابل خاکبرداری (یا خاکریزی در مقابل خاکریزی)



$$V_F = \frac{S_1 + S_2}{2} \times d$$

شکل ۱۰-۶۴

- خاکریزی در مقابل خاکبرداری (یا خاکبرداری در مقابل خاکریزی)



$$\begin{cases} d = d_1 + d_2 \\ \dfrac{S_C}{S_F} = \dfrac{d_1}{d_2} \end{cases} \Rightarrow d_1, d_2$$

$$\begin{cases} V_C = \dfrac{S_C + 0}{2} \times d_1 \\ V_F = \dfrac{0 + S_F}{2} \times d_2 \end{cases}$$

شکل ۱۰-۶۵

- مقاطع مرکب در مقابل خاکبرداری (یا خاکریزی)

[6] Fill

۱۰-۳۶- جواب سوالات بخش ششم مسیر (محاسبه مساحت و حجم)

(۴۴۳)

سوال ۱:

$$S=\frac{1}{2}\left|\frac{100}{100}\frac{115}{80}\frac{90}{65}\frac{70}{90}\frac{100}{100}\right|$$

$$S=\frac{1}{2}\left|(100\times 80+115\times 65+90\times 90+70\times 100)-(115\times 100+90\times 80+70\times 65+100\times 90)\right|$$

$$S=837.5m^2$$

سوال ۲:

$$\begin{cases}\begin{cases}\dfrac{d_1}{d_2}=\dfrac{2.6}{1.8}\\ d_1+d_2=15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d_1=8.86m\\ d_2=6.14m\end{cases}\\ V_{F_1}=8.86\times(\dfrac{2.6+0}{2})=11.52m^3,\ V_{C_1}=6.14\times(\dfrac{1.8+0}{2})=5.53m^3\end{cases}$$

$$V_{F_2}=20\times(\frac{2+2.6}{2})=46m^3$$

$$\Rightarrow V=\sum V_F-\sum V_C=(46+11.52)-5.53=51.99m^3$$

سوال ۳:

$$V=\frac{b}{3}(S_1+4(S_2+S_4+...)+2(S_3+S_5+...)+S_n)$$

$$V=\frac{2}{3}(2154+4\times(2100+920)+2\times(1610+800)+610)=14462.666m^3$$

سوال ۴:

$$V=\frac{s}{4}(\sum h_1+2\sum h_2+3\sum h_3+4\sum h_4)$$

$$V=\frac{s}{4}\sum h_1\Rightarrow V=\frac{100}{4}\times(15+10+5+6)\Rightarrow V=900\ \ m^3$$

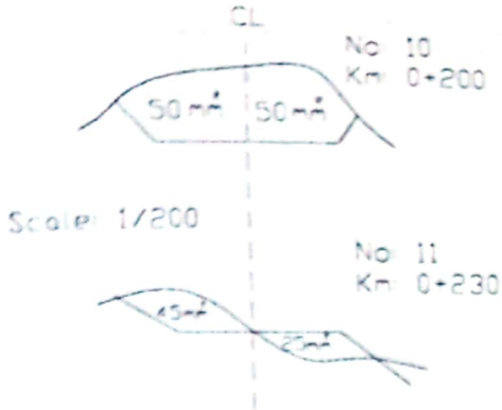
سوال ۵:

با استفاده از رابطه گوس داریم:

$$S=\frac{1}{2}\left|\frac{100}{100}\frac{300}{100}\frac{300}{400}\frac{100}{500}\frac{100}{100}\right|\Rightarrow S=70000m^2$$

$$\frac{S'}{S}=(\frac{L'}{L})^2\Rightarrow\frac{S'}{70000}=(\frac{1}{500})^2\Rightarrow S'=0.28m^2$$

سوال ۱۳: با توجه به مقاطع عرضی ترسیم شده حجم عملیات خاکی بین دو مقطع چقدر می باشد؟



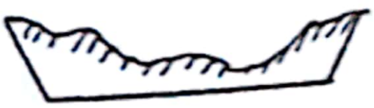
سوال ۱۴: مساحت چهار ضلعی ABCD که اطلاعات مسطحاتی رئوس آن در جدول دیده می‌شود برحسب m^2 چقدر می باشد؟

	X	Y
A	100.00	100.00
B	136.52	75.85
C	222.12	141.42
D	118.94	211.74

سوال ۱۵: چهار نقطه A(100m,100m)، B(300m,100m)، C(300m,400m) و D(100m,500m) رئوس یک قطعه زمین هستند که می خواهیم از آن یک نقشه $\frac{1}{500}$ تهیه کنیم، چه سطحی برحسب دسی متر مربع در نقشه پوشیده می شود؟

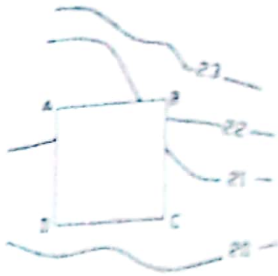
سوال ۱۶: اشکال داده شده، دو مقطع عرضی متوالی به فاصله 30 متر از یک مسیر می باشند مقدار حجم عملیات خاکی بین دو مقطع چند متر مکعب است؟

$S_۱ = ۹۲ m^۲$



$S_۲ = ۱۰۱ m^۲$

سوال ۹: در منطقه ای ناهموار که خطوط تراز آن مطابق شکل مشخص گردیده است محدوده ای به شکل مربع به ضلع 20 متر (ABCD) را می خواهیم در ارتفاع 23 متر کاملا مسطح و افقی نمائیم. حجم خاکبرداری یا خاکریزی چند متر مکعب خواهد بود؟ (ارتفاع نقاط C, B, A و D به ترتیب برابر 21.5، 22.5، 20.3 و 20.5 است.)



سوال ۱۰: در صورتی که مساحت مقاطع در نقاطع شماره 101 و 102 به فاصله 30 متر به شرح زیر باشد، حجم عملیات خاکی بین این دو مقطع چند متر مکعب است؟

$20\ m^2$ خاکریزی: در نقطه 101 و $15\ m^2$ خاکبرداری: در نقطه 102

سوال ۱۱: فاصله دو ساختمان در روی نقشه ای که مساحت چهار ضلعی ABCD در روی آن 6.5 متر مربع است، برابر 20 سانتیمتر می باشد. فاصله این دو ساختمان در روی زمین برحسب متر چقدر می باشد؟

$$A\begin{vmatrix} x = 100 \\ y = 100 \end{vmatrix} \cdot \ B\begin{vmatrix} x = 300 \\ y = 150 \end{vmatrix} \cdot \ C\begin{vmatrix} x = 300 \\ y = 400 \end{vmatrix} \cdot \ D\begin{vmatrix} x = 100 \\ y = 500 \end{vmatrix}$$

سوال ۱۲: مختصات چهار نقطه گوشه فنداسیون پایه پلی از نقطه 1 در شمال شرقی تا نقطه 4 در شمال غرب به ترتیب (500.76,901.39) و (496.05,896.20) و (492.35,899.56) و (497.06,904.75) می‌باشند. اگر ارتفاع زیر فنداسیون (کف بتن‌گیر) در نقاط شمالی 1286.50 متر و در نقاط جنوبی 1287.50 متر و نیز ارتفاع روی فنداسیون 1288.93 متر باشد حجم بتن مورد نظر فنداسیون برحسب متر مکعب چقدر می باشد؟

سوال ۴: چهار نقطه با ارتفاعات 100 و 95 و 90 و 91 متر رئوس مربعی به ضلع 10 متر (افقی) روی زمین می‌باشند. چنانچه بخواهیم سطح زمین بین این چهار نقطه را با ارتفاع یکسان ... متر برسانیم حجم خاکی که باید برداشته شود چند متر مکعب است؟

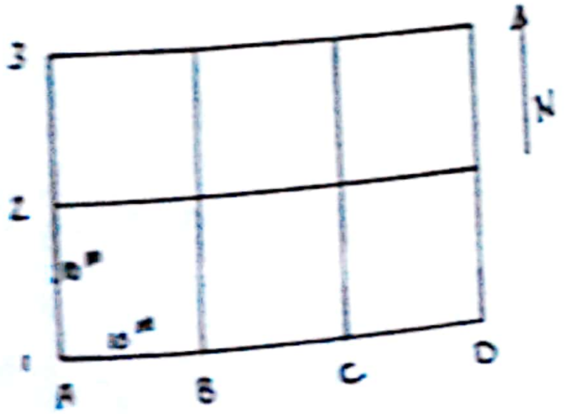
سوال ۵: هدف پیاده نمودن چهار ضلعی ABCD با مختصات داده شده روی نقشه ... مقیاس $\frac{1}{500}$ می باشد. سطح روی نقشه برحسب متر مربع چقدر می باشد؟

D(x=100m, y=500m), C(x=300m, y=400m), B(x=300m, y=100m), A(x=100m, y=100m)

سوال ۶: مساحت مقطع روبرو برحسب متر مربع چقدر می باشد؟

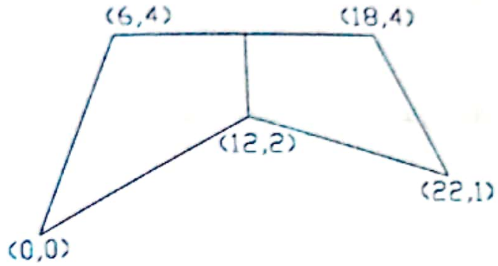
سوال ۷: زمینی بشکل مستطیل با ابعاد 30×10 متر که در امتداد ضلع بزرگتر دارای شیب یکنواخت ده درصد است ولی در جهت ضلع کوچکتر کاملا تراز و افقی است را می خواهیم مسطح نمائیم احتیاج به چند متر مکعب خاکبرداری است؟

سوال ۸: جهت تسطیح زمینی، آن را شبکه بندی نموده و به رئوس شبکه ها ارتفاع داده شده است. در صورتی که بخواهیم شیب زمین در امتداد غربی – شرقی (A_1 به D_1) %10 و در امتداد شمال – جنوب بدون شیب باشد و اگر زمین قبلا بطور کلی به ارتفاع D_1 تسطیح شده باشد، حجم عملیات خاکی را محاسبه نمائید (وضعیت D_1 تغییر نمی کند و دیواره های اطراف عمودی می باشد)



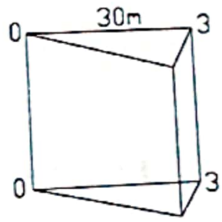
سوال ۶:

برای راحتی مختصات یک نقطه پروفیل عرضی را (0, 0) قرار داده و مختصات بقیه نقاط را نسبت به آن نقطه محاسبه و با استفاده از رابطه گوس داریم:



$$S=\frac{1}{2}\left|\frac{0}{0}\frac{12}{2}\frac{22}{1}\frac{18}{4}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\right| \Rightarrow S=43m^2$$

سوال ۷:



$$V=\frac{10\times 30}{4}\times(0+0+3+3)=450m^2$$

سوال ۸:

$\Delta H_{AD} = AD$ شیب امتداد $\times\ AD$ طول افقی $=3m$

$$\Rightarrow V=\frac{1}{2}(20\times 3\times 30)=900m^3$$

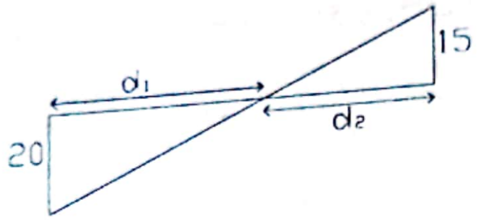
سوال ۹:

$$V=\frac{s}{4}[\Delta h_A+\Delta h_B+\Delta h_C+\Delta h_D]$$

$$V=\frac{s}{4}[1.5+0.5+2.7+2.5]=\frac{400}{4}\times 7.2=720m^3$$

(۴۴۵)

سوال ۱۰:



$$\begin{cases} \dfrac{d_1}{d_2} = \dfrac{20}{15} \\ d_1 + d_2 = 35 \end{cases} \Rightarrow d_2 = 12.86m, \quad d_1 = 17.14m$$

$$V_F = \frac{(20+0)}{2} \times d_1 = 171.4m^3$$

$$V_C = \frac{(0+15)}{2} \times d_2 = 96.45m^3$$

سوال ۱۱:

$$S_1 = \frac{1}{2}\left|\frac{100}{100}\frac{300}{150}\frac{300}{400}\frac{100}{500}\frac{100}{100}\right| \Rightarrow S_1 = 65000m^2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = (\frac{L_1}{L_2})^2 \Rightarrow \frac{65000}{6.5} = (\frac{L_1}{0.2})^2 \Rightarrow L_1 = 20m$$

سوال ۱۲:

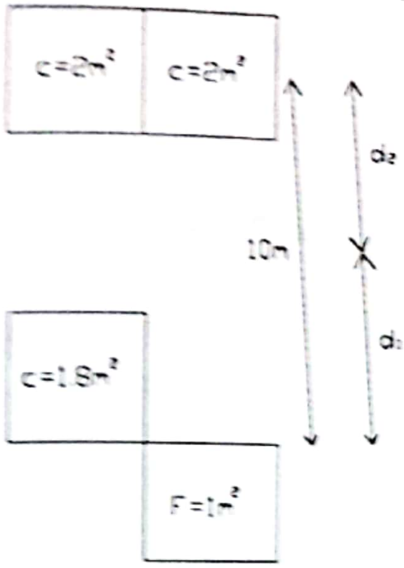
$$V = \frac{s}{4}(\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4)$$

s (مساحت مقطع)، طبق روش گوس $35.03m^2$ بدست می آید. در نتیجه داریم:

$$V = \frac{s}{4}\sum h_1 \Rightarrow V = \frac{35.03}{4}(2.43+1.43+2.43+1.43) = 67.55m^3$$

سوال ۱۳:

ابتدا باید مساحتها از روی نقشه با توجه به مقیاس به روی زمین آورده شوند. مساحتهای تعدیل یافته مطابق شکل زیر می باشند.



$$V_{C_1}=30\times(\frac{2+1.8}{2})=57m^3$$

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow d_1=10m,\ \ d_2=20m$$

$$d_1+d_2=30$$

$$V_F=10\times(\frac{1+0}{2})=5m^3$$

$$V_{C_2}=20\times(\frac{2+0}{2})=20m^3$$

$$V_C-V_F=\sum V_C-\sum V_F=(20+57)-5=72m^3$$

سوال ۱۴:

با استفاده از رابطه گوس داریم:

$$S=\frac{1}{2}\left|\frac{100\ 136.52\ 222.12\ 118.94\ 100}{100\ \ 75.85\ \ 141.42\ 211.74\ 100}\right| \Rightarrow S=8661.53m^2$$

سوال ۱۵:

$$S=\frac{1}{2}\left|\frac{100\ 300\ 300\ 100\ 100}{100\ 100\ 400\ 500\ 100}\right|$$

$$\Rightarrow S=\frac{1}{2}[(100\times100+300\times400+300\times500+100\times100)-(300\times100+300\times100+100\times400+100\times500)]$$

$$\Rightarrow S=70000m^2$$

(۴۴۷) ✍

سوال ۱۶:

$$\begin{cases} \dfrac{S_F}{S_C} = \dfrac{d_1}{d_2} \\ d_1 + d_2 = 30m \end{cases} \Rightarrow \frac{92}{101} = \frac{d_1}{30 - d_1} \Rightarrow d_1 = 14.31m, \quad d_2 = 15.69\text{m}$$

$$\begin{cases} \text{V}_F = \dfrac{92}{2} \times 14.31 = 658.26m^3 \\ \text{V}_C = \dfrac{101}{2} \times 15.69 = 792.345m^3 \end{cases} \Rightarrow \text{V}_F - \text{V}_C = 658.26 - 792.345 = -134.085m^3$$